

Correction de l'examen du Module AI921

Exercice N°1 :

P1, P4, P7, P10 : chaque place représente une baguette entre deux philosophes. (2 points/8)

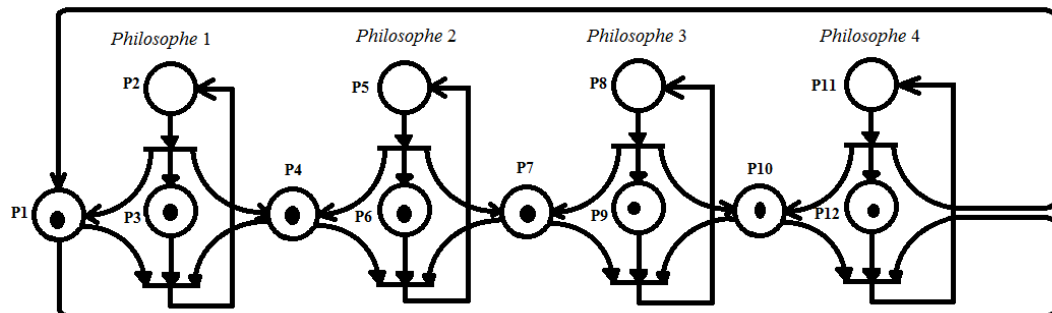
P2 : le philosophe 1 mange. (0.5 points/8) ; P3 : le philosophe 1 pense. (0.5 points/8)

P5 : le philosophe 2 mange. (0.5 points/8) ; P6 : le philosophe 2 pense. (0.5 points/8)

P8 : le philosophe 3 mange. (0.5 points/8) ; P9 : le philosophe 3 pense. (0.5 points/8)

P11 : le philosophe 4 mange. (0.5 points/8) ; P12 : le philosophe 4 pense. (0.5 points/8)

Le réseau de PETRI (2 points/8) est donné par :



Exercice N°2 : (8 points)

Soit le RdP de la figure 2.

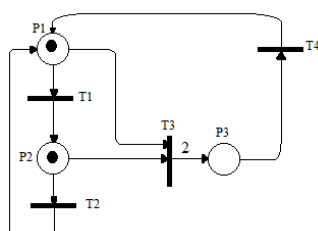
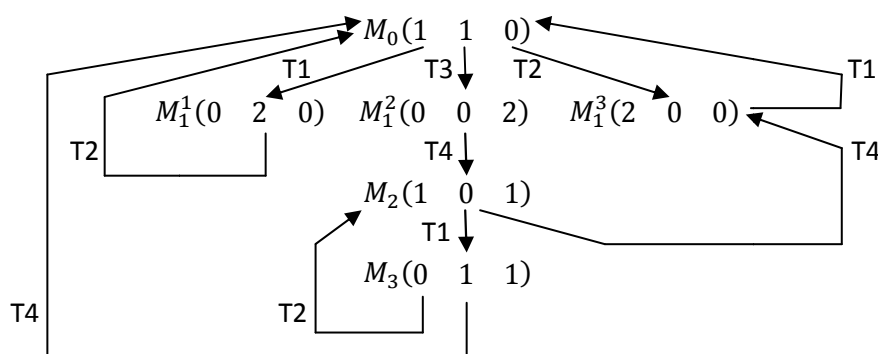


Figure 1

- Donner le graphe des marquages atteignables de ce RdP. (2 points/8)



- Donner la matrice d'incidence de ce RdP. (2 points/8)

$$w = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

- Trouver les P-invariant et les T-invariant.

➤ Les P-invariant :

$$X^T \cdot W = 0$$

$$[X_1 \ X_2 \ X_3] \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{cases} X_1 = X_2 \\ X_1 + X_2 = 2 \cdot X_3 \\ X_1 = X_3 \end{cases}$$

Donc les P-invariant sont : $[1 \ 1 \ 1]$ (1 points/8)

➤ Les T-invariant :

$$W.Y = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{cases} Y_1 + Y_3 = Y_2 + Y_4 \\ Y_1 = Y_2 + Y_3 \\ 2 Y_3 = Y_4 \end{cases}$$

Donc les T-invariant sont : $[1 \ 0 \ 1 \ 2]$ (0.5 points/8)

$[1 \ 1 \ 0 \ 0]$ (0.5 points/8)

4. En utilisant l'équation d'état, trouver le marquage obtenu après la séquence de tire $S = T1T2T3T4$.

$$M = M_0 + W.S \quad (1 \text{ points/8})$$

$$\text{avec } \underline{S} = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T \quad (0.5 \text{ points/8})$$

$$\text{Donc : } M = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (0.5 \text{ points/8})$$

Exercice N°3 : (4 points)

Soit le réseau de pétri représenté par la figure 3.

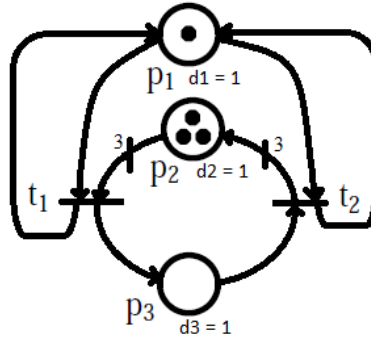


Figure 2

Trouver les fréquences de franchissement F_j des transitions T_j du RdP de la figure 2 en régime stationnaire.

$$X^T.D.W^+.F \leq X^T.M_0. \quad (0.5 \text{ points/4})$$

➤ Calcul de P-invariant "X" :

$$X^T.W = 0 \text{ avec : } W = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -3 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow [X_1 \ X_2 \ X_3] \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -3 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow X_3 = 3 \cdot X_2.$$

Donc les P-Invariants sont :

$$[1 \ 0 \ 0] \quad (0.5 \text{ points/4})$$

$$[1 \ 1 \ 3] \quad (0.5 \text{ points/4})$$

➤ Calcul de T-Invariant (0.5 points/4) :

$$W.Y = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -3 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow Y_1 = Y_2$$

Donc il y a un seul T-invariant : $[1 \ 1] \Rightarrow F_1 = F_2$.

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ (0.5 points/4)} \quad \text{et} \quad W^+ = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ (0.5 points/4)}$$

$$F = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \text{ et } M_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

On obtient : $F_1 = F_2 = \frac{1}{2}$ (1 points/6)